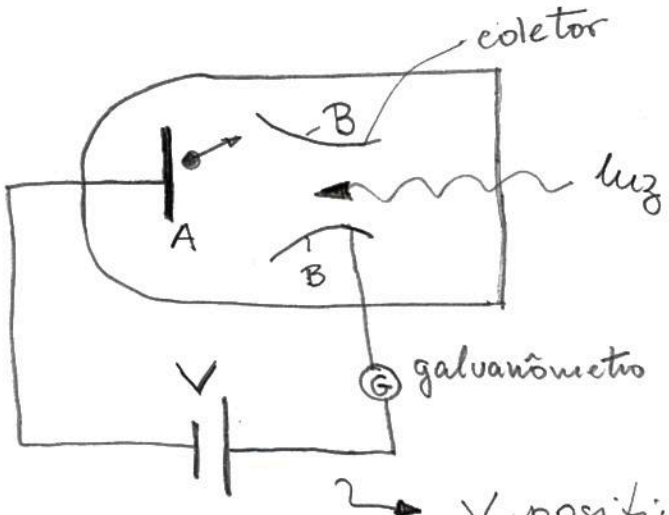
2. FÓTONS: PROPRIEDADES CORPUSCULARES DA RADIAÇÃO.

2.2 O EFEITO FOTOELÉTRICO

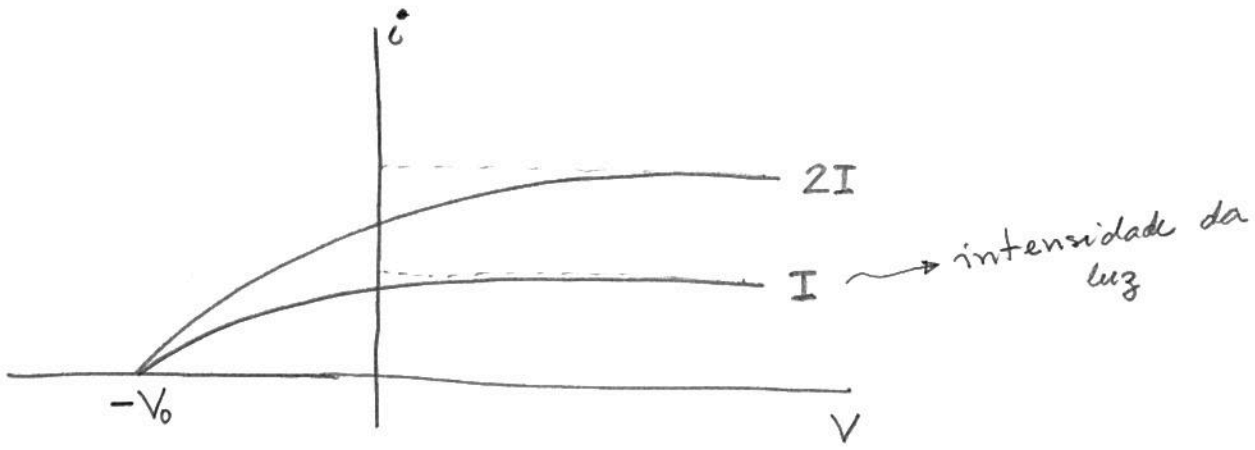
* Em 1886 H. Hertz produziu e detectou ondas eletromagnéticas em laboratório.
* Em 1887, Hertz notou que uma descarga entre dois eletrodos ocorre mais facilmente quando um deles é iluminado com luz ultravioleta.
* Em 1888 W. Hallwachs perceben que o eletrodo iluminado fica carregado positivamente: cargas negativas são retiradas do eletrodo.
* Em 1899 Thomson identificou as partículas ejetadas do eletrodo com os elétrons que havia descoberto
* Em 1902 F. Lenard iniciou experimentos sobre as propriedades dos elétrons emitidos.



↝ experimentos mais precisos foram realizados por Millikan (1906–1916)

↳ V positivo $\Rightarrow V_B > V_A$

* Corrente medida em função de V.



1) Quando V cresce, a corrente i também cresce, o que significa que mais elétrons chegam ao coletor **B**.

2) se V é muito grande i atinge seu valor limite, indicando que todos os elétrons emitidos chegam ao coletor.

3) $i_{max} \propto I$, indicando que luz com maior intensidade emite mais elétrons.

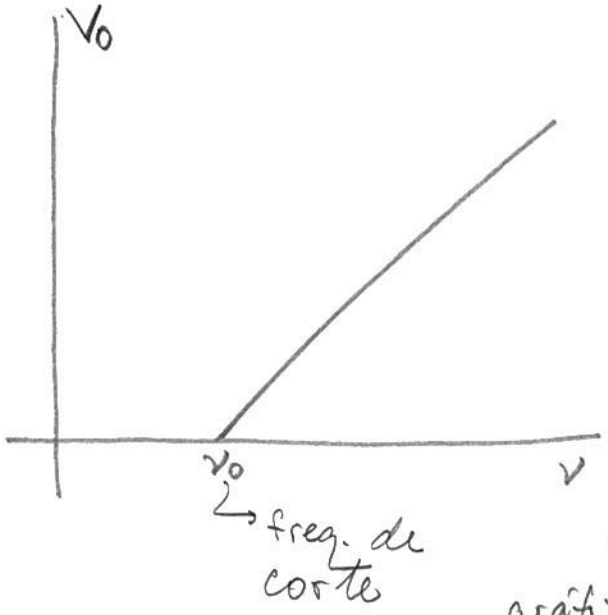
4) $V < -V_0 \Rightarrow$ não há corrente, indicando que os elétrons ejetados têm uma energia cinética máxima e que

$$K_{max} = e V_0$$

5) V_0 e K_{max} são independentes da intensidade.

6) se $\nu < \nu_0$ o efeito fotoelétrico não ocorre.
↳ este resultado não está no gráfico acima.

* Potencial de corte em função da frequência



V_0 é uma função linear de ν

→ Millikan 1914

Cronologicamente, este gráfico foi obtido após o trabalho de Einstein e serviu como confirmação da sua teoria.

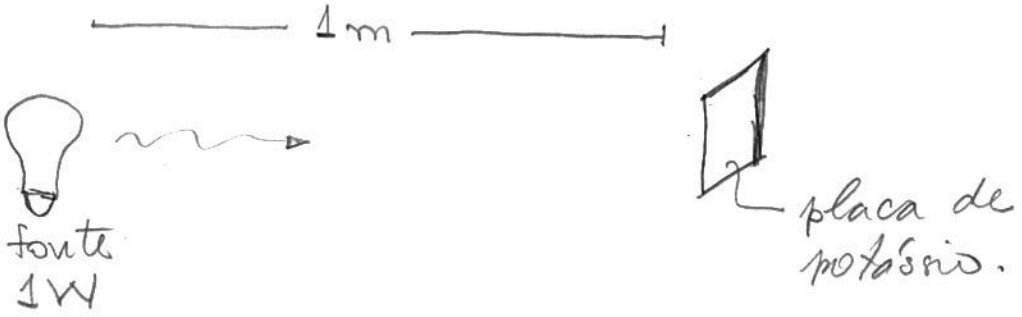
* Contradições da teoria clássica.

1) $I \propto E^2$. se I aumenta, E aumenta. como $\vec{F} = -e\vec{E}$, K_{max}, e portanto V_0, deveriam aumentar

2) O efeito fotoelétrico deveria ocorrer para qualquer ν, desde que I fosse suficientemente grande.

3) Deveria haver um intervalo de tempo entre a incidência da luz e a emissão do elétron. Mas isso nunca foi observado.

Ex. 2.1



A energia para remover 1 eletron é 2,1 eV.
Calcular o tempo de espera.

Intensidade: $I = \frac{1\ W}{4\pi (1m)^2} = 0,080\ W/m^2$

vamos supor $r \sim 1 Å$



Energia absorvida

$$\Delta E = I\, \pi r^2 \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{\pi r^2 I} = \frac{2,1 \times 1,60 \times 10^{-19} J}{\pi (10^{-10} m)^2 \times 0,080\ W/m^2}$$

$\Delta t = 134\ s > 2 min$

↳ tempo suficientemente grande para ser observado.

2.3 TEORIA QUÂNTICA DE EINSTEIN SOBRE O EFEITO FOTOELÉTRICO (1905)

A radiação é composta de pacotes de energia localizados em pequenos volumes do espaço (fótons).

A energia de 1 fóton é

$$E = h\nu$$

* Explicação para os fenômenos de interferência e difração.

As experiências envolvem um grande número de fótons. Os resultados experimentais são médias do comportamento individual dos fótons.

Analogia com as ondas na superfície de uma piscina: a água é constituída de gotas, e a onda reflete o movimento médio das gotas.

* No efeito fotoelétrico, um fóton é absorvido pelo elétron. se a energia para arrancar o elétron for W, o elétron é ejetado com uma energia cinética

$$K = h\nu - W$$

se W_0 for a energia necessária para ejetar os elétrons menos ligados,

$$K_{max} = h\nu - W_0$$

* solução das contradições da teoria clássica:

(1) Aumentar I, aumenta o número de fótons, o que faz aumentar i. Mas

se ν não muda, a energia de cada fóton não muda. Portanto K_{max} e V_0 não mudam.

(2) se $h\nu < W_0$, nenhum elétron será ejetado. Não haverá corrente. $h\nu_0 = W_0$ → $\nu_0 = \frac{W_0}{h}$

(3) Um fóton carrega energia localizada. Se ele se chocar com um elétron, será absorvido imediatamente. Não há retardamento.

* $K_{max} = e V_0 \Rightarrow e V_0 = h\nu - W_0$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}}$$

→ gráfico da pg 3.

→ curva teórica prevista antes do resultado expt de Millikan.

$\frac{h}{e}$ → inclinação da reta

$\frac{W_0}{h} = \nu_0$ → frequência de corte. É a freq. para a qual $V_0 = 0$

* As experiências sobre o efeito fotoelétrico dão para h o mesmo valor obtido dos experimentos sobre radiação de corpo negro: h é o mesmo.

$$h = 6,626 \times 10^{-34}\ J.s$$

Ex. 2.3. Calcular a taxa por unidade de área com que os fótons chegam na placa do Ex. 2.1.

Supor $\lambda = 5890\ A^\circ$

sol. Energia de n fótons: $\mathcal{E} = n h\nu$

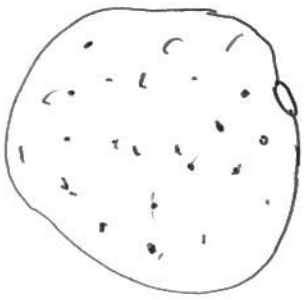
$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{dn}{dt} h\nu$$

$$I = \frac{d\mathcal{E}/dt}{A} = \frac{1}{A}\frac{dn}{dt} h\nu = \frac{1}{A}\frac{dn}{dt}\frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{1}{A}\frac{dn}{dt} = \frac{I\lambda}{hc} = \frac{0{,}080\ \frac{W}{m^2} \times 5890 \times 10^{-10} A}{6{,}63 \times 10^{-34}\ J.s \times 3{,}0 \times 10^{8}\ m/s}$$

$$\boxed{\frac{1}{A}\frac{dn}{dt} = 2{,}4 \times 10^{17}\ \frac{\text{fótons}}{s \cdot m^2}} \longrightarrow \text{muitos fótons}$$

* Gás de fótons.

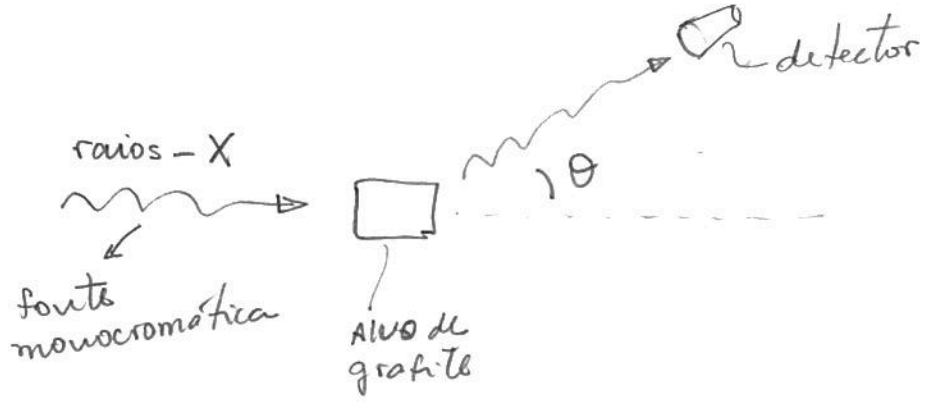


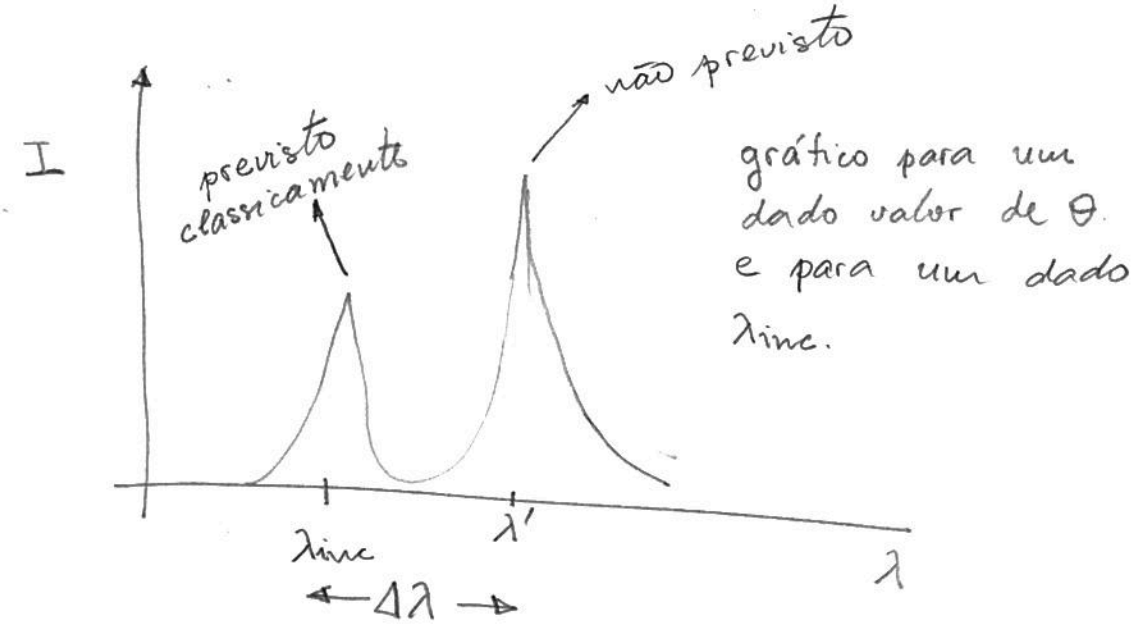
Energia de 1 fóton → $h\nu$

n fótons → $\mathcal{E} = n h\nu$

Um tratamento estatístico feito por S.N. Bose em 1924 levou à mesma fórmula obtida por Planck para a radiação de cavidade.

2.4 O EFEITO COMPTON





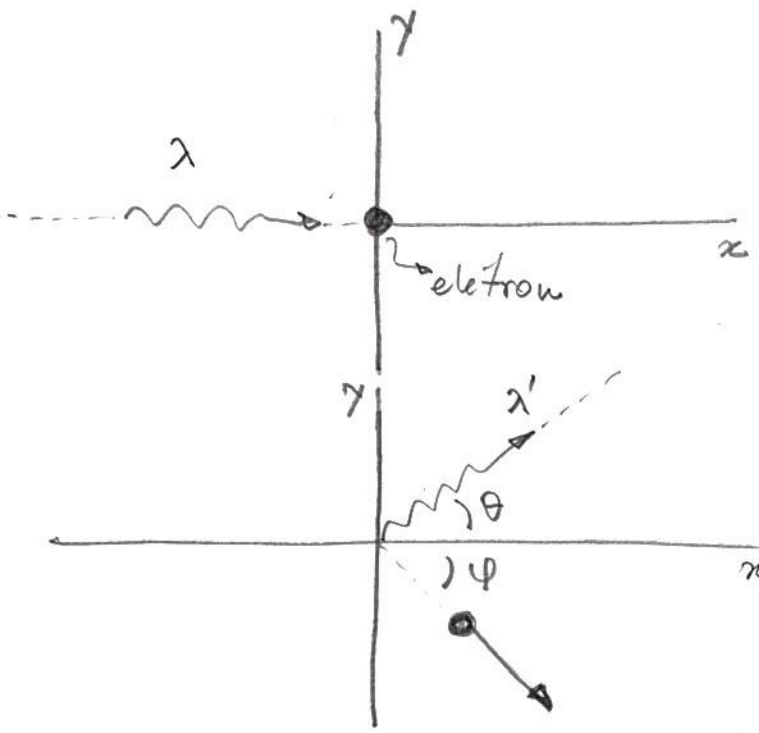
Δλ depende de θ, mas não de λinc, e nem do material do alvo.

* A teoria eletromagnética clássica prevê que

$$\nu_{esp} = \nu_{inc}$$

* Interpretação de Compton (1923).
Os fótons (partículas) são espalhados ao se chocarem com elétrons livres do alvo, inicialmente em repouso (com energia muito menor que a do fóton).

Antes



$\lambda' > \lambda$ porque a energia do fóton espalhado é menor que a do fóton incidente. Ver * na pg 11.

* $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ → energia relativística
  → massa de repouso

* fóton

$m_0 = 0 \Rightarrow E = pc$

$E = h\nu \Rightarrow h\nu = pc \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c}$.

$p = \frac{h}{\lambda}$ → momento linear do fóton

* elétron

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 c^2 \rightsquigarrow m_0 \rightarrow \text{massa de repouso do elétron}$$

se $v \ll c$,

$E \simeq m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \text{fator de Lorentz}$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 v \longrightarrow \text{se } v \ll c, \quad p = m_0 v$$

CÁLCULO DE $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ (deslocamento Compton)

* Da cons. da energia

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + \gamma m_0 c^2$$

Dividindo por c

$$\gamma m_0 c = m_0 c + \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \qquad (1)$$

* Da cons. do momento linear.

$x \rightarrow \quad \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos\theta + \gamma m_0 v \cos\varphi$

$$\Rightarrow \gamma m_0 v \cos\varphi = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos\theta \qquad (2)$$

$y \rightarrow \quad 0 = \frac{h}{\lambda'} \operatorname{sen}\theta - \gamma m_0 v \operatorname{sen}\varphi$

$$\Rightarrow \gamma m_0 v \operatorname{sen}\varphi = \frac{h}{\lambda'} \operatorname{sen}\theta \qquad (3)$$

* solucão:

$$(1)^2 \Rightarrow \gamma^2 m_0^2 c^2 = m_0^2 c^2 + \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} + \frac{2hm_0c}{\lambda} - \frac{2hm_0c}{\lambda'} \qquad (4)$$

$$(2)^2 + (3)^2 \Rightarrow \gamma^2 m_0^2 v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta \qquad (5)$$

Como $\gamma^2 m_0^2 (c^2 - v^2) = m_0^2 c^2$,

(4) − (5) ⇒

$$m_0^2 c^2 = m_0^2 c^2 + \frac{2h^2}{\lambda\lambda'}(\cos\theta - 1) + 2 m_0 c h \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'}$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)}$$

Fazendo

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2{,}43 \times 10^{-12}\ \text{m},$$ → comprimento de onda Compton

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta)}$$ → não depende de λ, de acordo com o experimento.

↳ Explica o 2º pico

* Ângulos especiais.

(1) $\theta = 0 \Rightarrow \Delta\lambda = 0$. Não há colisão.
O fóton não perde energia.

(2) $\theta = 180^\circ \Rightarrow$ colisão frontal.
A perda de energia é máxima

$$\Delta\lambda = 2\lambda_C \equiv \frac{2h}{m_0 c}$$

* Do ponto de vista conceitual é mais correto pensar que um fóton de comp de onda λ foi absorvido e um fóton de comp de onda λ' foi emitido.

* 2º pico (chamado espalhamento Thomson)

O fóton se choca com um elétron fortemente ligado, que não é arrancado do átomo. É como se o elétron se chocasse com o átomo todo. Assim

$$\Delta\lambda = \frac{h}{Mat\, c}(1-\cos\theta)$$

como $Mat \gg m_0$, esse deslocamento é desprezível comparado com o deslocamento Comptom.

VALIDADE DA TEORIA CLÁSSICA

* se $\lambda \gg \Delta\lambda$ (luz visível, infravermelho, micro-ondas, ...) não é possível ver o 2º pico. A teoria clássica pode explicar.

* Note que o limite de validade da teoria clássica, $\lambda \to \infty$, é o mesmo obtido para a fórmula de Rayleigh-Jeans para a radiação de cavidade ($\nu \to 0$)

Isso ocorre porque $E = h\nu$, e se ν for pequeno (λ grande) é difícil perceber a granularidade (discretização) da energia.
Ao contrário, se $h\nu$ for grande a granularidade fica aparente.

Ex. 2.4 raios X com $\lambda = 1{,}00\ \text{Å}$

raios γ com $\lambda = 1{,}88 \times 10^{-2}\ \text{Å}$

(a) Deslocamento Compton para $\theta = 90°$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{m_0 c}$$

$$\Delta\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J.s}}{9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg} \times 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}43 \times 10^{-12}\ \text{m}$$

$\Delta\lambda = 0{,}0243\ \text{Å}$ ⇝ igual para raios X e raios γ

(b) Energia cinética cedida ao elétron.

$$K = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda \quad \rightarrow \quad K = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right)$$

$$K = \frac{hc\,\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}$$

raios X: $K = 4{,}73 \times 10^{-17}\ \text{J} = 295\ \text{eV}$

raios γ: $K = 5{,}98 \times 10^{-14}\ \text{J} = 378\ \text{keV}$

A transferência de energia é maior no caso do fóton mais energético (menor λ)

(c) Perda percentual de energia:

$$\frac{K}{h\nu} = \frac{K}{hc/\lambda} = \frac{hc\,\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} \times \frac{\lambda}{hc} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}$$

raios X: $\frac{K}{h\nu} = 0{,}024 \equiv 2{,}4\%$

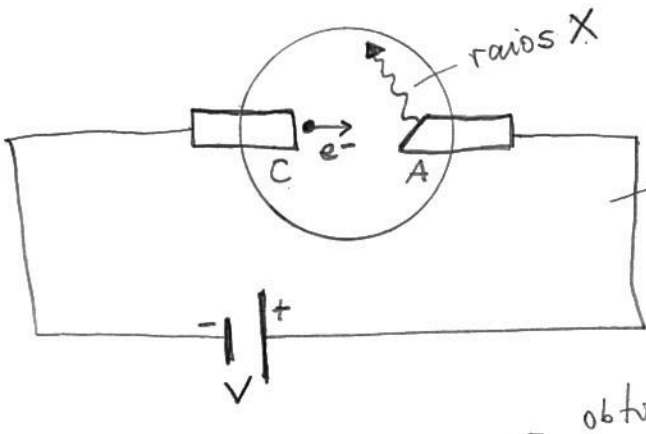
raios γ $\frac{K}{h\nu} = 0{,}56 \equiv 56\%$

⇝ a perda relativa de energia é maior para o fóton mais energético.

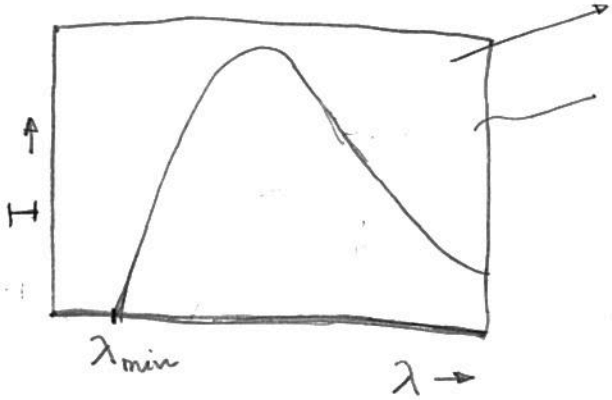
Para fótons na faixa do visível, a perda relativa de energia seria desprezível.

* Leia a seção 2.5

2.6 FÓTONS E A PRODUÇÃO DE RAIOS X



Produção de raios X



obtido para uma ddp V.

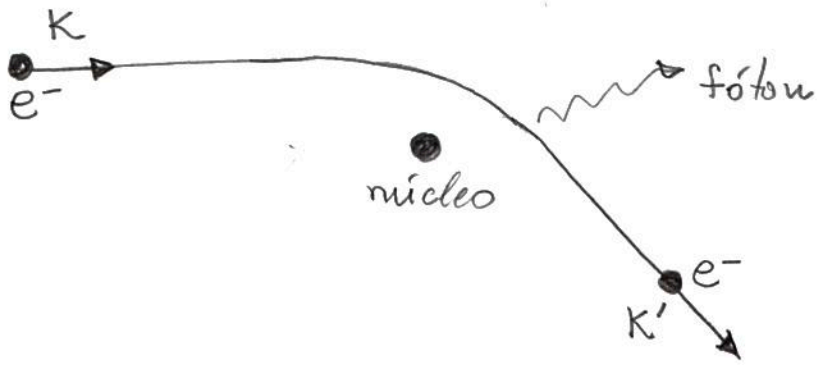
Intensidade do feixe de raios X em função do comprimento de onda.

* A teoria eletromagnética clássica (Eletromagnetismo II) prevê que uma carga acelerada emite radiação.

  Os elétrons freados do expto acima emitem um espectro contínuo de radiação.

* Mas a teoria clássica não prevê um valor mínimo para λ (ou máximo para ν).

* Explicação em termos de fótons.



Da cons. da energia

$$h\nu = K - K'$$ → como o núcleo é muito pesado, praticamente não recua. A sua energia cinética pode ser desprezada.

Mas $K = eV$ → ddp que acelera o elétron

Assim $h\nu = eV - K'$

$h\nu_{max} = eV$ → energia máxima do fóton emitido

ou $\frac{hc}{\lambda_{min}} = eV \Rightarrow \boxed{\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}}$

* Em geral um elétron sofre várias colisões até atingir o repouso, emitindo vários fótons. Mas há um ν_{max} (um λ_{min}).

Ex 2.5 Para $V = 40{,}0$ kV, $\lambda_{min} = 3{,}11 \times 10^{-11}$ m. Determine h a partir desse resultado.

sol. $h = \frac{eV\lambda_{min}}{c}$

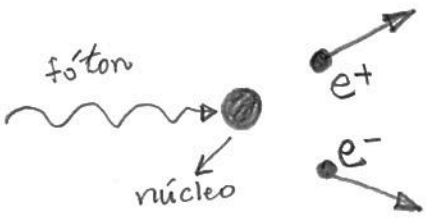
$$h = \frac{1,60\times10^{-19}\,C \times 40,0\times10^{3}\,V \times 3,11\times10^{-11}\,m}{3,00\times10^{8}\,m/s}$$

$$h = 6,63\times10^{-34}\ J.s$$

* Além do espectro contínuo de raios X (radiação de freamento) também são emitidas linhas características do material alvo, que não são mostradas no gráfico da pag 14 e serão discutidas mais adiante.

2.7 PRODUÇÃO E ANIQUILAÇÃO DE PARES

* Produção de pares



como o núcleo é pesado, praticamente não absorve energia, mas absorve boa parte do momento do fóton.

Da cons. da energia

$$h\nu = m_0c^2 + K_- + m_0c^2 K_+$$

A menor frequência para produzir um par e^- dada por

$$h\nu_{min} = 2m_0c^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\nu_{min} = \frac{2m_0c^2}{h}}$$

ou ainda

$$h\frac{c}{\lambda_{max}} = 2m_0c^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda_{max} = \frac{h}{2m_0c}}$$

* Fazendo as contas.

$$h\nu_{min} = 2 \times 9{,}11 \times 10^{-31}\,kg \times (3{,}00 \times 10^{8}\,m/s)^2$$

$$= 1{,}64 \times 10^{-13}\,J$$

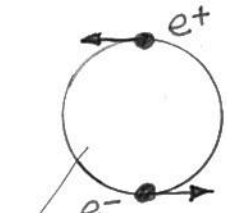
$$\boxed{h\nu_{min} = 1{,}02\ MeV}$$ → menor energia do fóton para produzir um par

$$\lambda_{max} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,J.s \times 3{,}00 \times 10^{8}\,m/s}{1{,}64 \times 10^{-13}\,J}$$

$$= 1{,}21 \times 10^{-12}\,m$$

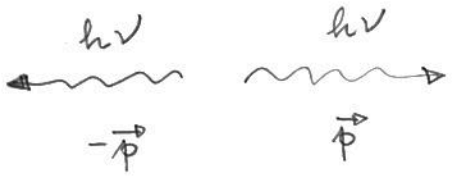
ou $\boxed{\lambda_{max} = 0{,}0121\,A^{\circ}}$ → na faixa de raios γ.

* Aniquilação de pares.



positrônio

$\Rightarrow$



↳ são produzidos dois fótons para haver conservação do momento linear.

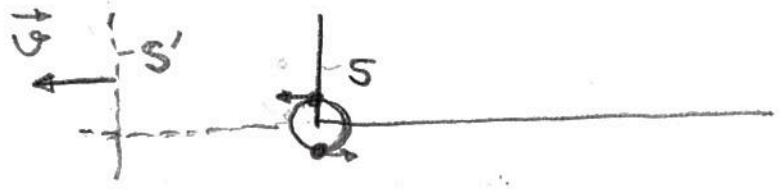
$2h\nu = 2m_0c^2$ → desprezando as energias cinéticas do e^- e do e^+, que em geral são pequenas.

$\boxed{h\nu = m_0c^2}$ → energia de cada fóton

$p = \frac{E}{c} = \frac{m_0c^2}{c} = m_0c$ → momento dos fótons

$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = m_0c \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{m_0c}}$

Ex. 2.7 Processo de aniquilação de pares visto de um referencial que se move em relação ao par.



S → ref do par $e^- + e^+$ → supondo que as velocidades na órbita sejam desprezíveis.

S' → move-se para a esquerda com velocidade de módulo v

Em S: $E = h\nu = m_0 c^2$ → energia de cada fótou

$p = m_0 c$ → momento dos fótons (módulo)

$\lambda = \frac{h}{m_0 c}$ → comprimento de onda dos fótons

Em S': Agora e^- e e^+ têm velocidade v para a direita.

Da cons. da energia

$$2\gamma m_0 c^2 = p_1' c + p_2' c \qquad (1)$$

Da cons. do momento

$$2\gamma m_0 v = p_1' - p_2' \qquad (2)$$

$2\gamma m_0 v$ ← momentos do e^- e e^+; p_1' ← fótou p/ direita; p_2' ← fótou p/ esquerda

$$(1) \div c \Rightarrow 2\gamma m_0 c = p_1' + p_2' \qquad (3)$$

$$(2) + (3) \Rightarrow \gamma m_0 (c + v) = p_1'$$

$$p_1' = \frac{m_0(c+v)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = m_0 c \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

$$\lambda_1' = \frac{h}{p_1'} = \frac{h}{m_0 c}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\lambda_1' = \lambda\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}}$$

De (1) – (3), e refazendo os mesmos passos, obtém-se

$$\boxed{\lambda_2' = \lambda\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}}$$

→ λ_1' é menor que λ e λ_2' maior que λ.

No ref. S' os fótons não têm o mesmo comp. de onda. Os comp. de onda são alterados por causa do Efeito Doppler.

* A primeira evidência experimental do processo de produção de pares foi obtida por Anderson em 1933.

* A Teoria Quântica Relativística de Dirac.

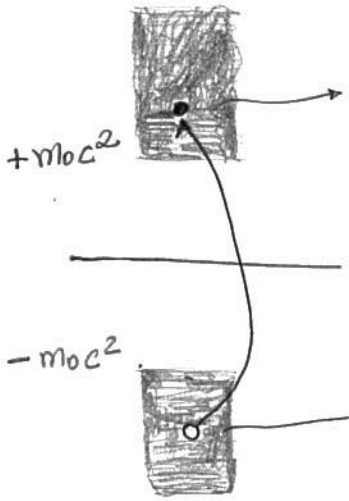
Dirac propôs uma teoria quantica relativística e mostrou que elétrons livres podem ter energias

$$E = \pm\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

onde p pode assumir qualquer valor.

Assim as energias permitidas são:

$E \geq m_0 c^2$ e $E \leq -m_0 c^2$



surge um elétron com energia positiva

surge um buraco no mar de elétrons com energia negativa, que se comporta como um pósitron.

Proposta de Dirac: todos os níveis de energia negativos estão ocupados por elétrons em todos os pontos do espaço.

se absorver um fóton com energia $h\nu > 2m_0c^2$, o elétron pode se promover para um nível de energia positivo, deixando um "buraco" em um nível de energia negativo. O "buraco" tem as propriedades mecânicas e elétricas de um pósitron.

* Leia a seção **2.8**

Lista de exercícios: 1, 2, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15
16, 17, 19, 22, 23, 25, 26